Fasit i MAT2500, Høst 2007.

Oppgave 1.

a) Avstanden er lik

$$\frac{|\,3\cdot(-3)-4\cdot 1-17\,|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{30}{5}=6.$$

Dette er radiusen i sirkelen vi søker, som derfor er gitt ved $(x+3)^2+(y-1)^2=36$, eller $x^2+y^2+6x-2y-26=0$.

b) Velg F' slik at ΔABC er formlik $\Delta DEF'$. Da er

$$\frac{|\,EF'\,|}{|\,DE\,|}=\frac{|\,BC\,|}{|\,AB\,|}.$$

Fra oppgaveteksten har vi

$$\frac{|\,BC\,|}{|\,AB\,|}=\frac{|\,EF\,|}{|\,DE\,|}.$$

Det gir tilsammen $|\,EF'\,|=|\,EF\,|$. Et tilsvarende argument viser at $|\,DF'\,|=|\,DF\,|$. Trekantene ΔDEF og $\Delta DEF'$ er derfor kongruente ved SSS-aksiomet. Det avslutter beviset fordi kongruente trekanter er formlike.

Oppgave 2.

a) Punktene er kolinære siden $(-1,4,-3)=3(1,2,1)-2(2,1,3)$. Eventuelt kan man regne ut at determinaten til 3×3-matrisen med radene $(-1,4,-3)$, $(1,2,1)$ og $(2,1,3)$ er lik null.

b) De respektive linjene er gitt ved $3X+6Y+5Z=0$ og $X-2Y+Z=0$. Disse snitter i punktet $[8,1,-6]$.

Oppgave 3.

a) Det utvidede komplekse tallplanet er definert som det komplekse tallplanet lagt til et punkt ∞ i uendelig.

b) Möbius transformasjonen er gitt ved

$$M(z)=\frac{z-i}{z-3}.$$

Oppgave 4.

a) Følger fra utregningen

$$\cos d(P,Q)=\frac{OP\cdot OQ}{|\,OP\,||\,OQ\,|}=OP\cdot OQ=p_0q_0+p_1q_1+p_2q_2.$$

b) Nei, summen av vinklene i en sfærisk trekant er større enn π.